

墙体绕基础转动情况下挡土墙 土压力的统一解

李新星¹, 林永亮², 朱合华¹, 范 文³

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098;
3. 长安大学 地质工程与测绘工程学院, 西安 710054)

摘 要: 实践证明, 作用于挡土墙的主动土压力沿墙高不是直线形分布, 而是非线性的。采用统一强度理论, 通过对滑动土体中水平薄层单元的分析, 给出了墙体绕基础转动情况下土压力合力、强度及土压力分布的理论计算公式。公式推导过程中考虑了中间主应力效应的影响。结果表明, 强度理论效应对土压力有很大的影响, 应用统一强度理论解可以更好地发挥填土材料的强度潜力, 并能获得明显的经济效益。

关 键 词: 挡土墙; 绕基础转动; 土压力分布; 统一强度理论

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Unified solution for earth pressure on a rigid retaining wall rotating about base

LI Xin-xing¹, LIN Yong-liang², ZHU He-hua¹, FAN Wen³

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

3. School of Geological Engineering and Surveying Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: It is known that the distribution of the active earth pressure against a rigid retaining wall is not linear but nonlinear. Based on the unified strength theory, the formulations of the unit earth pressures, the resultant earth pressure and its acting point are given for the wall rotating about the base by analyzing the slice elements extracted from the sliding soil wedge. The formula takes account of the effect of intermediate principal stress. It is demonstrated that the strength theory has great influence on the earth pressure; and the potential strength of the filling materials is sufficiently developed under the guidance of the unified strength theory.

Key words: retaining wall; rotation about the base; distribution of the earth pressure; unified strength theory

1 引 言

在岩土工程的支挡结构设计中, 作用于刚性挡土墙上的主动土压力的计算是非常重要的。传统的计算方法就是采用库仑或朗肯土压力公式, 它们均假定土压力为线性分布。然而, 大量的试验结果表明^[1]: 土压力的分布形式及合力作用点的位置与库仑土压力理论有较大的差别。

在挡土结构稳定性验算中, 关于土压力要解决两个关键问题: 土压力的大小和土压力合力作用点, 而土压力合力作用点位置恰恰是由土压力分布决定的。关于这一方面, 国内外已有一些研究^[1-7]。但均

采用 Mohr-Coulomb 强度理论来计算, 该强度理论在 π 平面上构成外凸理论极限面的下限, 并未考虑中间主应力的效应, 计算的结果偏于安全。本文基于考虑中间主应力效应的统一强度理论, 建立了墙体绕基础转动情况下挡土墙土压力的公式, 并对土压力的分布和作用点的位置进行了分析。

2 统一强度理论

统一强度理论是俞茂宏在 20 世纪 90 年代提出的一种全新的强度理论, 它具有明确的物理概念, 简单的数学表达式, 符合试验结果^[8-12]。该强度理论是以双剪应力单元体为物理模型, 它考虑到作用

在应力单元体上的所有剪应力及其相应的正应力对材料屈服和破坏的不同影响,并充分考虑了中间主应力 σ_2 在不同应力条件下对材料屈服和破坏的影响。其用主应力表示的数学表达式为

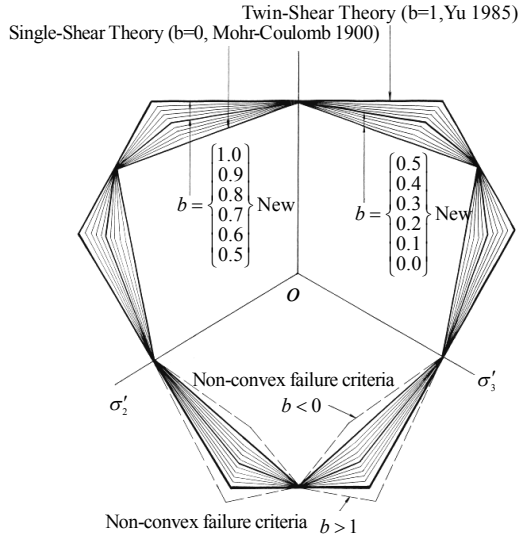


图 1 统一强度理论 π 平面破坏极限线簇^[8]

Fig.1 A family of failure limit lines of unified strength theory on π plane

当 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha}$ 时,

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t = \alpha\sigma_c \quad (1)$$

当 $\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha}$ 时,

$$F' = \frac{1}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_1) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t = \alpha\sigma_c \quad (2)$$

若规定压应力为正,当采用材料的内摩擦角 φ_0 与内聚力 c_0 表示时

$$\text{当 } \sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时}$$

$$F = \sigma_1(1 - \sin \varphi_0) -$$

$$\frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b}(1 + \sin \varphi_0) = 2c_0 \cos \varphi_0 \quad (3)$$

$$\text{当 } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时}$$

$$F = \frac{b\sigma_2 + \sigma_1}{1+b}(1 - \sin \varphi_0) -$$

$$\sigma_3(1 + \sin \varphi_0) = 2c_0 \cos \varphi_0 \quad (4)$$

式中: b 是统一强度理论参数; α 是拉压比,其中 σ_t 是单轴抗拉强度, σ_c 是单轴抗压强度。

引入中间主应力参数 m , 在平面应变情况下,令 $\sigma_2 = m(\sigma_1 + \sigma_3)/2$, 其中,当材料处于弹性状态时, $m < 1$; 当处于塑性状态时, $m \rightarrow 1$ 。经判定,

可得

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_t + c_t \cos \varphi_t \quad (5)$$

$$\text{其中 } \sin \varphi_t = \frac{2 \sin \varphi_0}{2(1+b) + mb(\sin \varphi_0 - 1)}$$

$$c_t = \frac{2(1+b)c_0 \sin \varphi_0}{2(1+b) + mb(\sin \varphi_0 - 1)} \frac{1}{\cos \varphi_t}$$

式中 c_t 、 φ_t 分别为统一内摩擦角和凝聚力。

3 模型建立

大量土压力试验^[13]表明,在极限状态下墙后填土中会出现一滑动面,该滑动面总是通过挡土墙的基底,与墙面构成一滑动楔体。基于此,为便于与已有结果对比,本文采用库仑土压力理论中墙后填土极限平衡的概念,假设当挡土墙绕基础向前移动达一定量值时,墙后填土将沿墙背面及过墙基底与水平面夹角为 θ 的土体中某一平面发生整体滑动。现取该滑动楔体为隔离体,如图 2 所示。

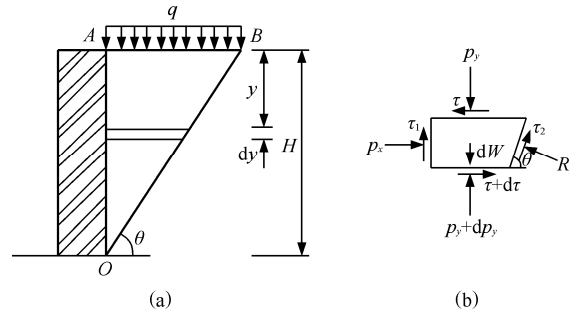


图 2 土压力计算示意图

Fig.2 Calculation of earth pressure

由水平方向力的平衡条件得:

$$p_x + \tau_2 \cot \theta - R - \tau \cot \theta + (H - y) \frac{d\tau}{dy} \cot \theta = 0 \quad (6)$$

由竖向方向力的平衡条件得:

$$\frac{dP_y}{dy} = \gamma + \frac{1}{H-y} [P_y - R - (\tau_1 + \tau_2) \tan \theta] \quad (7)$$

$$\text{令 } P_x = KP_y, \quad \tau_1 = P_x \tan \delta, \quad \tau_2 = R \tan \varphi_t,$$

$$\tau = p_y \tan \varphi_t$$

式中: K 为土侧压力系数; δ 为填土与墙背的摩擦角; φ_t 分别为填土的统一内摩擦角;

对式(6)、(7)整理可得墙体绕地基转动变位模式下主动土压力的基本方程,对其积分即为

$$p_y = D(H-y)^{aK-1} + \frac{d\gamma}{aK-2}(H-y) \quad (8)$$

$$\text{式中 } a = \frac{\cos(\theta - \delta - \varphi_t) \cos \varphi_t}{\cos \theta \cos \delta}$$

$$d = \frac{\sin(\theta - \varphi_t) \cos \varphi_t}{\sin \theta}$$

由边界条件： $y = 0$ ， $p_y = q$ 可得作用在挡土墙上的水平主动土压力分布为：

$$p_x = K \left[\left(q - \frac{d\gamma H}{aK-2} \right) \left(\frac{H-y}{H} \right)^{aK-1} + \frac{d\gamma(H-y)}{aK-2} \right] \quad (9)$$

对式(9)积分可求得水平土压力的合力为

$$P_x = \int_0^H p_x dy = \frac{1}{a} \left[qH + \frac{d\gamma H^2}{2} \right] \quad (10)$$

则土压力的合力为

$$P_a = \frac{P_x}{\cos \delta} = \frac{1}{a \cos \delta} \left[qH + \frac{d\gamma H^2}{2} \right] \quad (11)$$

由式(9)可求出土压力对基础底部的力矩为

$$M = \int_0^H p_x (H-y) dy = \frac{KH^2}{aK+1} \left[q + \frac{1}{3} d\gamma H \right] \quad (12)$$

则土压力合力作用点高度 H_a 为

$$H_a = \frac{aKH}{aK+1} \left[\frac{q + \frac{1}{3} d\gamma H}{q + \frac{1}{2} d\gamma H} \right] \quad (13)$$

根据以上推导过程可求出在无附加荷载的条件下，土压力的合力为

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin(\theta - \varphi_t) \cot \theta}{\cos(\theta - \varphi_t - \delta)} \quad (14)$$

在上式中，若令 $b = 0$ ，则可退化为库仑土压力公式。

4 参数研究

已知某挡土墙高度 $H = 6.0 \text{ m}$ ，墙背直立，填土表面水平，填土为无黏性土，重度 $\gamma = 18.5 \text{ kN/m}^3$ ，内摩擦角 $\varphi_0 = 30^\circ$ ，墙与填土的摩擦角分别取 $\delta = 0$ ， $\delta = 10^\circ$ ，土的侧压力系数 K 分别取 0.3, 0.4, 0.5。

4.1 强度理论效应对土压力合力的影响

表1给出了 $K = 0.3$ 时的计算结果。由表1可见：本文的方法在 $b = 0$ 时得到的土压力合力与库仑解一致；主动土压力随着强度参数 b 的增加而减小，

表 1 土压力合力计算结果(单位: kN/m)

Table 1 Results of the resultant force of earth pressure(unit: kN/m)

计算方法		统一强度理论参数 b				
		0	0.25	0.5	0.75	1
$\delta=0$	本文方法	111	103.3	97.9	93.9	90.8
	库仑解	111	—	—	—	—
$\delta=10^\circ$	本文方法	102.7	95.9	91.1	87.5	84.7
	库仑解	102.7	—	—	—	—

这是由于土的内摩擦角 φ_t 随着 b 的增大而增大，土体抗剪强度随之提高，挡土墙背所承受的主动土压力则随之减小。

4.2 土压力合力作用点位置分析

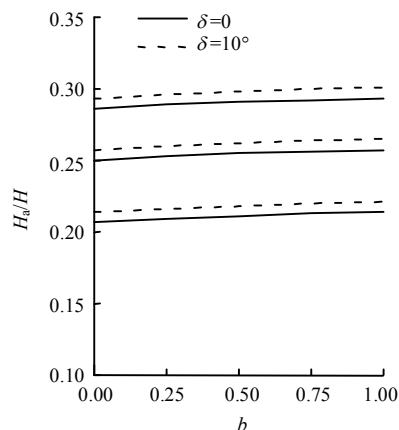


图 3 土压力合力作用点位置

Fig.3 The location of the resultant force of earth pressure

图 3 给出了强度理论及侧压力系数对土压力合力作用点位置的影响关系曲线。从图中可以看出：合力作用点的位置与土压力的线性分布有很大差别，并不在距墙底高度的 $1/3$ 处；强度参数 b 对合力作用点的位置有一定的影响，但是 K 对作用点的位置影响很大。因此，对 K 的取值应作深入的研究。

4.3 土压力分布

由图 4、5 可以看出：本文的土压力强度沿墙背为曲线分布，其分布形式与 b 及 K 有关； K 值越大，土压力强度分布图的形心越向上移，但合力不变； b 值越大，土压力强度分布图的形心越向上移。

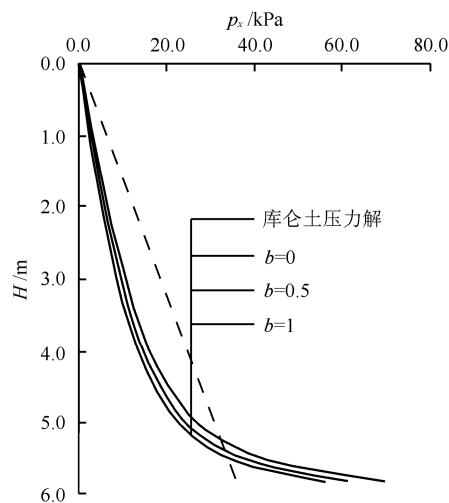


图 4 强度理论对土压力分布的影响

Fig.4 Influence of the strength theory on distribution of earth pressure

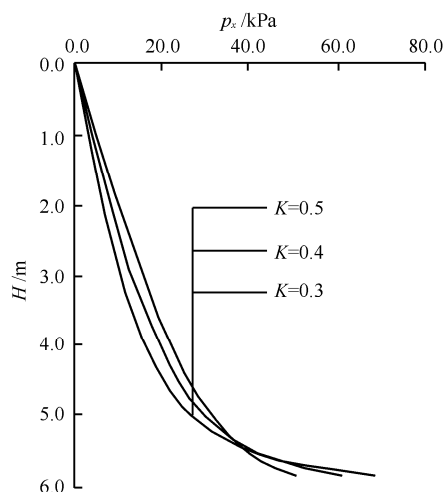


图 5 $b=0$ 时不同 K 值对土压力分布影响
Fig.5 Influence of value of K on distribution of earth pressure

5 结 论

(1) 基于统一强度理论, 得到了墙体绕基础转动情况下的土压力公式, 该公式考虑了中间主应力对材料强度的贡献。通过改变强度参数 b 的取值, 能给出从下限到上限之间的一系列连续变化的结果。

(2) 当 $b=0$ 时, 文中的公式与文献[7]的一致。但当 b 值增大时, 主动土压力变小, 合力作用点的位置也上移。

(3) 本文公式给出的土压力合力作用点的位置比线性分布的低, 且受 K 值的影响: K 值越大, 合力作用点越高, 产生的倾覆力矩也越大。因此, 对 K 的取值应作深入的研究。

(4) 在重力式挡土结构的设计过程中, 合理的考虑挡土结构的变位模式及中间主应力效应, 不仅能确保工程的安全性, 而且会产生巨大的经济效益。

参 考 文 献

- [1] Fang Y, Ishibashi I. Static earth pressures with various wall movements[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, American Society of Civil Engineering, 1986,112(3): 317—333.
- [2] Handy R L. The arch in soil arching[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, American Society of Civil Engineering, 1985,111(3): 302—318.
- [3] Harrop-Willrams K O. Geostatic wall pressures[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, American Society of Civil Engineering, 1989, 115(9): 1 321—1 325.
- [4] Wang Y Z. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. **Geotechnique**, 2000, 50(1): 83—88.
- [5] Palk K H, Salgado R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects[J]. **Geotechnique**, 2003, 53(7): 643—653.
- [6] 王渭漳, 吴亚中. 墙背土压力计算的新理论及其应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 1996, 1—79.
- [7] 王元战, 李蔚, 黄长虹. 墙体绕基础转动情况下挡土墙土压力分布[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2): 208—211.
- [8] WANG Yuan-zhan, LI Wei, HUANG Chang-hong. Distribution of active earth pressure with wall movement of rotation about base[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(2): 208—211.
- [9] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000, 249—338.
- [10] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 14(2): 1—10.
- [11] YU Mao-hong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 14(2): 1—10.
- [12] Yu MH. Advance in strength theory of materials under complex state in the 20th Century[J]. **Applied Mechanics Reviews**, 2002, 53(3): 159—218.
- [13] Yu MH. Fifth years of researches on strength theory in China. Plenary lecture in: Strength Theory: Application, Development and Prospect for 21st Century[M]. Beijing: Science Press, 1998,95—114.
- [14] 范文. 岩土工程结构强度理论研究[博士学位论文 D]. 西安:西安交通大学, 2003.
- [15] 克列因, F. K. 散粒体结构力学[M]. 陈万佳译. 北京: 人民交通出版社, 1983, 225—248.